**Потенциал**.

Потенциальной энергией тела называется физическая величина, убыль которой равна работе всех консервативных сил, действующих на тело. В механике, например, такие силы – сила тяжести и сила упругости, при условии, что последняя подчиняется закону Гука. Главная особенность подобных сил заключается в том, что их работа не зависит от траектории, а зависит только от начального и конечного положения тела. В теории электричества такой силой является сила взаимодействия между заряженными телами, описываемая законом Кулона.

Заряд создает вокруг себя поле

Сила, с которой он действует на точечный заряд , помещенный в его поле

Разумеется, можно рассуждать и наоборот, но сейчас мы рассмотрим заряд в поле заряда .

Вычислим работу поля при перемещении заряда в поле заряда .

Это криволинейный интеграл. Поскольку , можем написать .

*Разность потенциалов между точками 1 и 2 есть работа, совершаемая силами поля при перемещении единичного положительного заряда по произвольному пути от точки 1 до точки 2.*

Иными словами, положив должны получить . Или

Это потенциал поля заряда на расстоянии от заряда. Величину можно трактовать также как работу поля, необходимую для переноса заряда из данного места на бесконечность, при условии, что на бесконечности потенциал равен нулю.

Вообще же

Итак, пусть заряд находится в некотором поле. При перемещении этого заряда из положения 1 где потенциал поля равен в положение 2, где потенциал поля равен поле совершает работу над зарядом :

Внешние силы совершают работу

Для малых перемещений

С другой стороны

Так что

Расписав формулы по осям координат, можем получить

Поскольку определена *разность* потенциалов, то сам потенциал определен с точность до постоянной величины. Ее можно вычислить при определенных условиях. Например, предположив, что на бесконечности потенциал должен обратиться в нуль.

Вернувшись к определению потенциальной энергии, можем написать

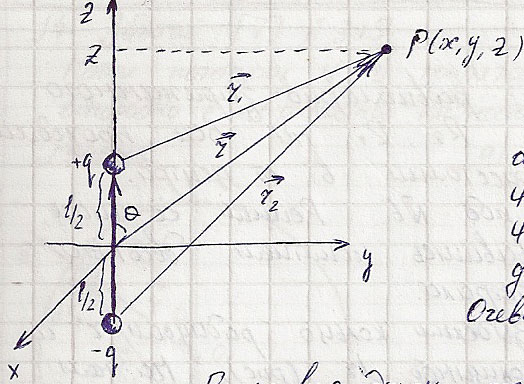
Таким образом, потенциальная энергия взаимодействия точечных зарядов равна

Она также определена с точностью до аддитивной постоянной.

Чтобы не путаться в знаках, рассмотрим примеры. Пусть . Здесь силы отталкивания. Пусть заряд удаляется от заряда . Тогда и – работа поля заряда положительна. Если работа поля будет отрицательной. Действительно такое движение возможно только против поля. В свободном движении заряды должны притягиваться, а они удаляются друг от друга. Собственно, на этом и основан выбор знаков.

Осталось отметить, что потенциал суммарного поля находится простым алгебраическим сложением потенциалов всех составляющих полей. Это становится очевидным, если воспользоваться принципом суперпозици.

**Задача**. Вычислить потенциал поля точечного диполя.



**Решение**. Пусть – потенциал поля заряда , – потенциал поля заряда . Считаем, что . Полный потенциал

Из рисунка видим, что

Диполь точечный, что означает . В этом случае можно пренебрегать членами высокого порядка малости. Кроме того, известно приближение

Итак,

или

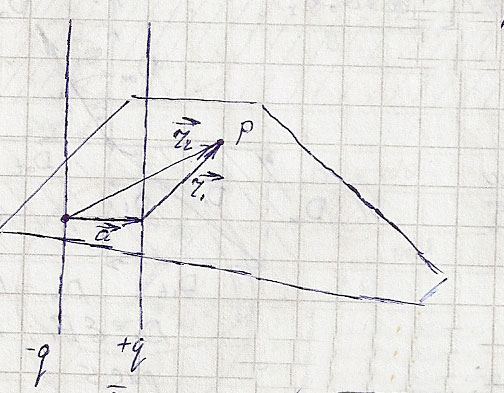
Замечаем, что , тогда

Удобно записать результат в векторной форме. Потенциал поля диполя:

**Задача**. Зная потенциал поля точечного диполя, вычислить напряженность его поля.

**Решение**.

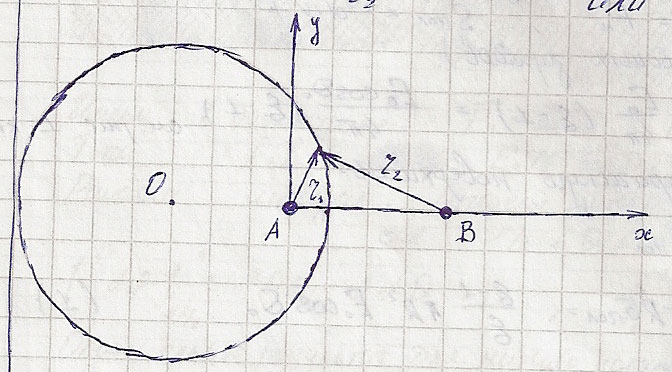
**Задача**. Найти потенциал поля на большом расстоянии от двух близких параллельных зарядов и , расположенных на расстоянии друг от друга (двумерный диполь).



**Решение**. Потенциал заряженной нити

Потенциал в точке :

**Задача**. Показать, что эквипотенциальными поверхностями двух параллельных длинных, равномерно заряженными противоположными знаками нитей являются круговые цилиндры, оси которых параллельны рассматриваемым линиям и лежат в одной плоскости.



Решение. Поле нити:

Потенциал линейного диполя :

От констант избавились, положив, что

Эквипотенциальные поверхности:

Или, просто:

Оси координат расположим как на рисунке, тогда

Из последнего уравнения легко получаем:

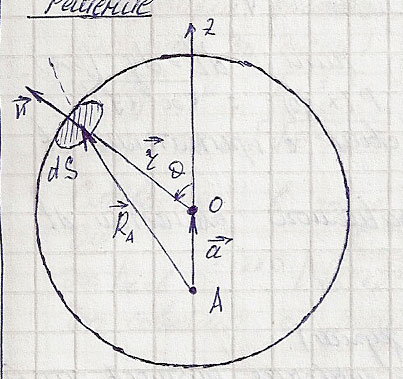
В плоскости это обычные окружности с центром на оси . Удобно выбрать другой коэффициент

Тогда уравнение перепишется в такое:

Цент окружностей в точке , а радиус окружностей:

**Задача**. Найти потенциал и напряженность поля в центре сферы радиуса , заряженной однородно с поверхностной плотностью .

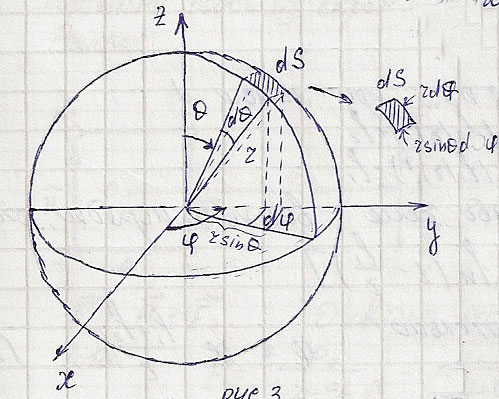
**Решение**. Найдем потенциал прямым способом, исходя из его определения.



Пусть – точка внутри сферы, отстоящая от центра на расстоянии (рис). Выделим элементарную площадку и будем ее рассматривать как точечный заряд.

В сферических координатах

Значение потенциала в т. А:



Из рисунка видно, что

Для вычисления полного потенциала следует просуммировать по всем элементарным площадкам. Иными словами, вычислим интеграл.

И, поскольку

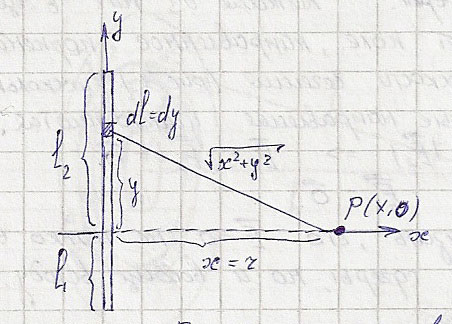
Таким образом, видно, что потенциал внутри сферы постоянен.

По смыслу потенциала ясно, что напряженность поля внутри сферы имеет постоянное значение (работа по переносу заряда не зависит от того, где внутри сферы располагается заряд). Ввиду симметрии сферы, ясно также, что в центре сферы поле равно нулю. Это означает, что оно равно нулю всюду внутри сферы.

Можно это получить и так:

**Задача**. Найти потенциал равномерно заряженной нити длиной в точке , удаленной от нити на расстояние . Рассмотреть случаи и .

**Решение**. Рассмотрим элемент дины . Потенциал поля, создаваемый этим элементом



Очевидно

Рассмотрим частные случаи.

При .

Мы учли известное приближение

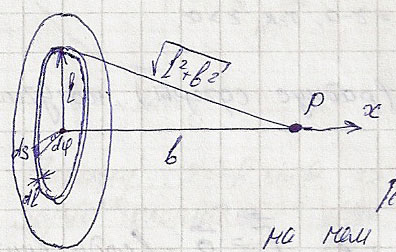
Пренебрегаем членами более высокого порядка малости, а также учтем еще одну формулу

При предполагаем, что и .

Впрочем, можно допустить и такое приближение, избавившись от в числителе.

**Задача**. Вычислить потенциал поля равномерно заряженного диска радиуса на оси в точке , удаленной от него на расстояние . Определить поле в этой точке.

**Решение**. Выделим кольцо радиусом и толщиной . Элемент кольца имеет потенциал



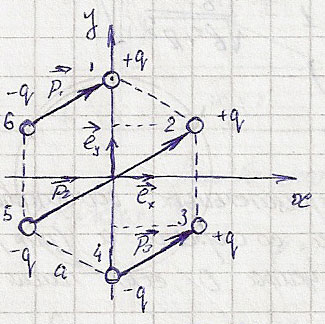
Для кольца

Теперь суммируем по всем кольцам

Чтобы найти поле , заметим следующее. Так как нас интересует только ось диска, можно рассматривать потенциал как функцию от параметра .

**Задача [5]**. Заряды системы, изображенной на рисунке, лежат в плоскости XOY и размещаются в вершинах шестиугольника со стороной . Найти дипольный момент системы и его модуль. Определить в дипольном приближении потенциал системы в точке . Найти наименьшее и наибольшее значение потенциала на расстоянии от системы.

**Решение**. Систему зарядов можно представить как совокупность трех диполей (рис).



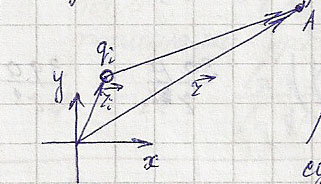
1. Дипольный момент системы, по определению, равен

где – радиус-векторы каждого из зарядов . Замечаем, что

Кроме того,

Получаем,

1. Найдем потенциал системы.



Потенциал -го заряда в точке

В дипольном приближении и тогда

Полный потенциал

Дипольный момент мы нашли выше.

1. Максимальные и минимальные значения потенциала найдутся из свойств скалярного произведения . Максимально в случае , минимально при . При потенциал равен нулю.